

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΜΑΘΗΤΡΙΑ ΒΑΙΑ-ΔΑΦΝΗ ΜΑΡΓΑΡΙΤΗ

ΤΜΗΜΑ Β1

ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ ΠΑΠΑΙΩΑΝΝΟΥ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ

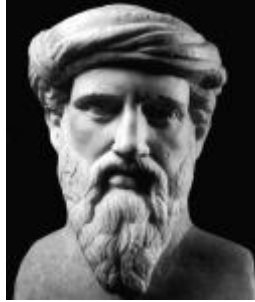


ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Πυθαγόρας.....1,2
- Πυθαγόρειο Θεώρημα.....3
- Αντίστροφο Πυθαγόρειου Θεωρήματος....4
- Πυθαγόριες Τριάδες.....4,5

ΠΥΘΑΓÓΡΑΣ

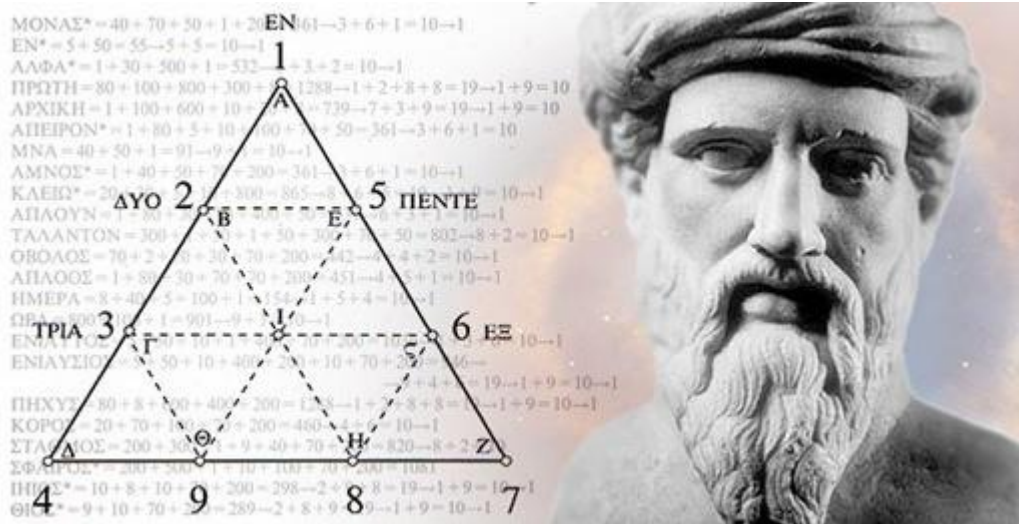
Πυθαγόρας ο Σάμιος (580 π.Χ. – 496 π.Χ.)



Ήταν σημαντικός Έλληνας φιλόσοφος, μαθηματικός, γεωμέτρης και θεωρητικός της μουσικής. Είναι ο κατ' εξοχήν θεμελιωτής των ελληνικών μαθηματικών, δημιούργησε ένα άρτιο σύστημα για την επιστήμη των ουρανίων σωμάτων που κατοχύρωσε με όλες τις σχετικές αριθμητικές και γεωμετρικές αποδείξεις και ήταν ιδρυτής ενός μνητικού φιλοσοφικού κινήματος που λέγεται Πυθαγορισμός. Γεννήθηκε το 580 π.Χ. και ως επικρατέστερος τόπος γεννήσεως παραδίδεται η νήσος Σάμος. Γύρω στο 530 π.Χ. μετακόμισε σε μία ελληνική αποικία στη νότια Ιταλία. Οι υποστηρικτές του Πυθαγόρα ακολούθησαν τις πρακτικές που ανέπτυξε και μελέτησαν τις φιλοσοφικές του θεωρίες. Τα μέρη συνάντησης των Πυθαγόρειων κάηκαν και ο Πυθαγόρας αναγκάστηκε να φύγει από την πόλη. Πέθανε στο Μεταπόντιον της Ιταλικής Λευκανίας σε ηλικία 84 ετών το 496 π.Χ. Ήταν μαθητής του φιλόσοφου Φερεκύδη στη Λέσβο και του Θαλή και Αναξίμανδρου στη Μίλητο. Έμεινε 22 χρόνια στην Αίγυπτο κοντά στους ιερείς της Μέμφιδας, της Ηλιούπολης και της Διόσπολης. Όταν όμως ο βασιλιάς των Περσών Καμβύσης κατέλαβε την Αίγυπτο, ο Πυθαγόρας μεταφέρθηκε αιχμάλωτος στη Βαβυλώνα και έτσι είχε την ευκαιρία να συναναστραφεί και με τους Πέρσες μάγους/σοφούς. Ελευθερώθηκε μετά από 12 χρόνια με τη μεσολάβηση του Έλληνα προσωπικού γιατρού του βασιλιά Δημοκλήδη. Μετά από τα ταξίδια και τη μαθητεία, επέστρεψε στη Σάμο, σε ηλικία 56 ετών. Δεν του ήταν όμως το γραφτό να μείνει για πολύ στον τόπο του, καθώς εκείνη την εποχή κυβερνούσε τη Σάμο ο τύραννος Πολυκράτης. Δεν του άρεσαν του τύραννου οι ιδέες και οι διδασκαλίες του Πυθαγόρα, και τον κυνήγησε. Κατέληξε στην Κάτω Ιταλία, την τότε Μεγάλη Ελλάδα και εγκαταστάθηκε στον Κρότωνα, όπου μαζί με άλλους ομόφρονές του ίδρυσε σχολή. Οι ιδέες του έκαναν ξεχωριστή εντύπωση, κυρίως στους νέους, και γρήγορα οδηγήθηκε στο δικαστήριο με την κατηγορία της διαφθοράς των νέων και της αθεΐας, όπου όμως τελικά αθώωθηκε. Η σχολή των Πυθαγορείων εμφανίζεται συγκροτημένη μέσα στις πόλεις της Μεγάλης Ελλάδος ως κίνημα πολιτικό και θρησκευτικό. Η φιλοσοφία μετακινείται από την περιοχή της Ιωνίας στην Κάτω Ιταλία, όπου ήκμαζαν οι ελληνικές πόλεις. Ο Πυθαγόρας δεν έγραψε κανένα έργο (ή τουλάχιστο, κανένα δεν επιβίωσε από το κυνήγι που υπέστησαν οι ιδέες του από την εποχή του ακόμα), έτσι το βάρος της διάσωσης της διδασκαλίας του έπεσε στους μαθητές του. Για τους πυθαγόρειους η ουσία των πραγμάτων βρίσκεται στους αριθμούς και στις μαθηματικές σχέσεις.

Γνωστή είναι ακόμη η πυθαγόρεια διδασκαλία της «μιμήσεως» κατά την οποία τα αισθητά υπάρχουν κατ' απομίμηση ατελή του τέλει νοητού κόσμου. Έτσι εισάγεται

στην Ελληνική φιλοσοφία η αντίληψη των δύο κόσμων, νοητού και αισθητού που επηρέασε, στη συνέχεια, την θεωρία για τον κόσμο των Ιδεών του Πλάτωνα. Η αληθινή πηγή της σοφίας για τους Πυθαγόρειους είναι η Τετρακτύς, δηλαδή οι τέσσερις πρώτοι φυσικοί αριθμοί που θεωρείται ότι συνδέονται μεταξύ τους με διάφορες σχέσεις. Ολόκληρη η ζωή των Πυθαγορείων ήταν μία αδιάκοπη άσκηση. Σηκωνόταν πρωί πριν βγει ο ήλιος. Ξαπλωμένοι ακόμα στο κρεβάτι έπρεπε να σκεφτούν τι έχουν να πράξουν όλη την ημέρα. Όσπου να βγει ο ήλιος, σκόρπιοι μέσα στα δάση, έπαιζαν τη λύρα για να κάμουν διάθεση. Την ανατολή του ήλιου τη χαιρετούσαν με γονάτισμα. Ύστερα συναθροίζονταν όλοι στο σχολείο, όπου άρχιζε η συζήτηση για διάφορα επιστημονικά ζητήματα, με προτίμηση της αστρονομίας, της μουσικής και της γεωμετρίας. Πριν φτάσουν ως εκεί, πριν θεωρηθούν άξιοι για μαθητές, ο βίος τους εξετάζονταν προσεκτικά. Στη συνέχεια επί πέντε χρόνια παρέμεναν σιωπηλοί και άκουγαν μόνο τις ομιλίες του Πυθαγόρα χωρίς ποτέ να βλέπουν τον ίδιο. Μετά το τέλος αυτής της δοκιμασίας, οι μαθητές του, γίνονταν μέλη του σπιτιού του και είχαν δικαίωμα να τον βλέπουν. Ο Πυθαγόρας δεχόταν εξίσου άνδρες και γυναίκες στην σχολή του, και ευνοούνταν οι γάμοι μεταξύ τους. Επίσης ο «αγαπημένος» θεός του Πυθαγόρα αλλά και των Πυθαγορείων ήταν ο Απόλλωνας, λογικό, εάν σκεφτεί κανείς πως Μαθηματικά, Μουσική, Αστρονομία, Φως, όλα ανήκουν στα «πεδία» του Απόλλωνα. Η κοινότητα στεγαζόταν σε ένα μεγάλο οίκημα, το Ομακοεΐον, όπου ο Πυθαγόρας δίδασκε τους -και των δυο φύλων- μαθητές του.



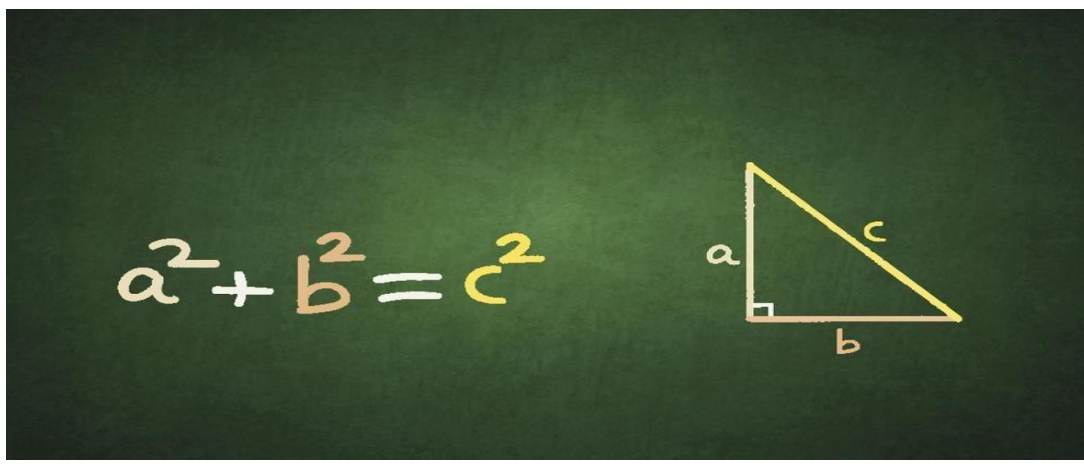
ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

«έντοιξὸρθογωνίοιστριγώνοιστὸἀπὸτῆςτῆνὸρθῆγωνίανύποτείνουσας πλευρᾶςτετράγωνονῖσονἔστιτοῖςἀπὸτῶντῆνὸρθῆγωνίανπεριεχουσῶνπλευρῶντετραγώνοις.»

Δηλαδή, σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο της υποτείνουσας ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών.

Ίσως το Πυθαγόρειο αποτελεί το γνωστότερο από τα μαθηματικά θεωρήματα. Ένα θεώρημα που το έχουν ακουστά και άτομα που δεν καταλαβαίνουν τι εννοεί και σε τι αναφέρεται απλά και μόνο γιατί είναι το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

Το Πυθαγόρειο Θεώρημα ήταν γνωστό πολύ πριν από τον Πυθαγόρα. Είχε διατυπωθεί νωρίτερα, αλλά μόνο ως μια εμπειρική παρατήρηση. Μαθηματικοί από τη Βαβυλώνα, την Κίνα, την Μεσοποταμία, την Ινδία το γνώριζαν ότι η σχέση που περιγράφει το Πυθαγόρειο Θεώρημα ίσχυε, αλλά αυτός που κατάφερε να το αποδείξει πρώτος ήταν ο Πυθαγόρας. Για αυτόν το λόγο και το θεώρημα πήρε το όνομα του. Αργότερα αποδείχθηκε από πολλούς μαθηματικούς γεωμετρικά αλλά και αλγεβρικά.



ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ

ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

Αντίστροφο Ισχύει και το αντίστροφο του θεωρήματος: Για κάθε θετικούς αριθμούς a, b και c τέτοιους ώστε $a^2 + b^2 = c^2$, υπάρχει τρίγωνο με πλευρές a, b και c , και σε κάθε τέτοια τρίγωνο η γωνία που σχηματίζουν οι πλευρές a και b είναι ορθή. , που ισούται με την υποτεινούσα του πρώτου τριγώνου.

ΠΥΘΑΓΟΡΙΕΣ ΤΡΙΑΔΕΣ

Αν οι αριθμοί a, b, c εκφράζουν τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου, τότε όπως γνωρίζουμε, ισχύει το Πυθαγόρειο θεώρημα $a^2 = b^2 + c^2$ (1)

Πόσα όμως ορθογώνια τρίγωνα μπορούμε να βρούμε που τα μήκη των πλευρών τους εκφράζονται με ακέραιους αριθμούς; Μια **τριάδα θετικών ακεραίων** αριθμών a, b, c , για την οποία ισχύει η σχέση (1), λέμε ότι αποτελεί **Πυθαγόρεια τριάδα**. Την απλούστερη Πυθαγόρεια τριάδα σχηματίζουν οι αριθμοί 5, 4, 3 αφού $5^2 = 4^2 + 3^2$.

Υπάρχουν, άραγε, τρόποι να σχηματίζουμε Πυθαγόρειες τριάδες; Ο **Πυθαγόρας** (6ος αιώνας π.Χ.) γνώριζε ότι οι αριθμοί της μορφής:

$$\frac{\mu^2 + 1}{2}, \frac{\mu^2 - 1}{2}, \mu, \text{ όπου } \mu \text{ περιττός } (\mu = 3, 5, 7, \dots)$$

σχηματίζουν μια **Πυθαγόρεια τριάδα**.

Ο **Πλάτωνας** (5ος – 4ος αιώνας π.Χ.) γνώριζε ότι οι

$$\frac{\mu^2}{4} + 1, \frac{\mu^2}{4} - 1, \mu, \text{ όπου } \mu \text{ άρτιος } (\mu = 4, 6, 8, \dots)$$

σχηματίζουν μια **Πυθαγόρεια τριάδα**.

Ο **Διόφαντος** (3ος αιώνας μ.Χ.) στηριζόμενος σε μία ταυτότητα την οποία γνώριζε και ο **Ευκλείδης**, έδωσε μια γενικότερη λύση στο πρόβλημα κατασκευής

Πυθαγορείων τριάδων από οποιουσδήποτε αριθμούς (άρτιους ή περιττούς).

Ανακάλυψε ότι οι αριθμοί της μορφής $\lambda^2 + \mu^2$, $\lambda^2 - \mu^2$, $2\lambda\mu$, όπου λ, μ θετικοί άνιστοι ακέραιοι αριθμοί, σχηματίζουν Πυθαγόρεια τριάδα.